



TEKNILLINEN TIEDEKUNTA

**TASAISESTI KUORMITETUN POIMULEVYN
EKVIVALENTTIEN ORTOTROOPPISTEN
MATERIAALIMALLIEN LASKENNALLINEN
VALIDOINTI**

Jari Pikkuhookana

KONETEKNIIKAN TUTKINTO-OHJELMA

Kandidaatintyö

Toukokuu 2020

TIIVISTELMÄ

Tasaisesti kuormitetun poimulevyn ekvivalenttien ortotrooppisten materiaalmallien laskennallinen validointi

Jari Pikkuhookana

Oulun yliopisto, Konetekniikan tutkinto-ohjelma

Kandidaatintyö 2020, 24 s.

Työn ohjaaja yliopistolla: TkT Antti niemi

Työn tarkoitus on perehtyä Robot Structural Analysis 2020 -ohjelmiston ekvivalenttisen ortotrooppisen poimulevyn taipumaan. Pyrkimys on selvittää, voiko ohjelmiston antamiin tuloksiin luottaa. Neliön muotoista, sivuiltaan jäykästi tuettua levyä, jolle on annettu ortotrooppiset materiaaliominaisuudet, kuormitetaan pintakuormalla. Taipumatuloksia verrataan vastaavan geometrian 3D-kuorimalliin ja käsinlaskentaan. Käsinlaskennassa käytetään Xian. et al kehittämää teoriaa taivutusjäykkyyismatriisiin alkioiden johtamiseen. Robotin käyttämällä teorialla laskea taivutusjäykkyyismatriisiin vääntöjäykkyyssalkio D_{66} saadaan merkittävästi isompi arvo kuin käsinlaskennassa käytetyllä teorialla. Tämän työn tuloksena Robotin taipuman virheeksi saatiin yli 19 prosenttia verrattuna 3D-kuorimalliin. Sen vuoksi Robot Structural Analysis -ohjelmiston käyttämää mallia neljältä sivulta tuetun poimulevyn taipuman laskentaan tulee käyttää tapauskohtaisesti harkiten.

Asiasanat: ekvivalentti ortotrooppinen levy, poimulevy, taipuma

ABSTRACT

Computational validation of orthotropic material models for a uniformly loaded corrugated panel

Jari Pikkuhookana

University of Oulu, Degree Programme of Mechanical Engineering

Bachelor's thesis 2020, 24 p.

Supervisor at the university: Antti Niemi D.Sc. (Tech.)

The purpose of this paper is to overview a deflection in an equivalent orthotropic plate in Robot Structural Analysis -software. The aspiration is to examine whether the results of the software are trustworthy or not. A square-shaped plate, which is clamped in all four edges, has been given orthotropic material properties and it is imposed with a surface load. The deflection results are then compared to the equivalents from the 3D-shell model and the hand calculations. The analytical expressions developed by Xia et al. are used in the hand calculations for deriving the elements of the stiffness matrices. With the expressions used by Robot, the value of the torsional stiffness element D_{66} in the flexural stiffness matrix is significantly higher than with the expressions used in the hand calculations. As an outcome of this study, the error of the results from the Robot model was over 19 percent compared to the results from the 3D-shell model. Therefore, it is recommended to use the model presented by Robot Structural Analysis -software with consideration when deriving deflections of a plate that is clamped on all four edges.

Keywords: equivalent orthotropic plate, trapezoidal plate, deflection

SISÄLLYSLUETTELO

TIIVISTELMÄ

ABSTRACT

SISÄLLYSLUETTELO

1 JOHDANTO	4
2 TEORIA	5
2.1 Laatan taivutusteoria	5
2.2 Ortotropian käsite	6
2.3 Ortotrooppisen levyn taivutusjäykkyyismatriisi	7
3 POIMULEVYN MALLINNUS	11
3.1 Levyn geometria ja materiaalivakiot	11
3.2 Levyn kuormitus ja reunaehdot	12
3.3 3D-kuorimalli	12
3.4 Ekvivalentti ortotrooppinen levymalli Robot-ohjelmalla	12
3.5 Käsinslaskenta	13
4 TULOKSET	15
4.1 Robot-laskenta	15
4.2 Comsol-laskenta	17
4.3 Käsinslaskenta	19
4.4 Tulosten analysointi	21
5 YHTEENVETO	23
LÄHDELUETTELO	

1 JOHDANTO

Tämän kandidaatintyön aiheena on tutkia, soveltuuko Robot Structural Analysis -ohjelmiston (myöhemmin Robot) ortotrooppisen levyn määrittästyökalu poimulevyn analysointiin ja mitoittamiseen. Robotissa voidaan määrittää isotrooppisesta materiaalista valmistetulle levyille ortotrooppiset ominaisuudet syöttämällä ohjelmalle poikkileikkauksen geometria. Ohjelma laskee sen jälkeen levyille uudet jäykkyysmatriisit geometrian mukaisesti. Tämä on erityisen hyödyllinen ominaisuus, kun halutaan vähentää analysoitavan mallin monimutkaisuutta ja elementtien lukumäärää. Kun levy (tässä tapauksessa poimulevy) on suuri suhteessa poimuihin (tai muuhun ortotropiaa aiheuttavaan geometriaan), voidaan malli yksinkertaistaa pelkäksi tasaiseksi levyksi, jolla on ortotrooppiset materiaaliominaisuudet. (Wennberg et al. 2011) Työn tavoitteena on selvittää, käyttäytyykö Robotilla mallinnettu ekvivalentti ortotrooppinen levy kuten vastaavasta geometriasta tehty 3D-kuorimalli. Työssä tutkitaan vain pintakuorman aiheuttamaa taipumaa ja sen eroavaisuutta mallien välillä. Lisäksi työssä on esitetty Xian et al. vuonna 2012 kehittämä teoria ekvivalentin ortotrooppisen levyn jäykkyysmatriisin ratkaisemiseen ja tätä teoriaa on käytetty käsinlaskennalla tehdyssä vertailulaskelmassa.

Wennberg et al. tutkivat vuonna 2011 julkaistussa artikkelissaan Briassouluksen vuonna 1986, Samantha ja Mukhopadhyayn vuonna 1999 ja Liewin et al. vuonna 2007 johtamien analyttisten lausekkeiden suorituskykyä, verraten teorioiden pohjalta saatuja tuloksia 3D-kuorimallista saatuihin tuloksiin. Työssään Wennberg et al. tutki taivutusta, venytystä ja ominaisvärähtelytaajuuksia. Xia et al. johtivat vuonna 2012 oman lausekkeensa ja vertasivat sen antamia jäykkyysmatriisin alkioiden arvoja FEM-mallista ja Samanthan ja Mukhopadhyayn teorian pohjalta saatuihin arvoihin. Tutkimuksessaan heidän oman teorian virhe oli maksimissaan vain 1,5 prosenttia verrattuna FEM-malliin, joten teoriaa voidaan pitää huomattavan tarkkana.

Robot on kehittänyt oman tapansa laskea jäykkyysmatriisien arvot ja ne on esitetty myöhemmin tässä työssä. Robotin johtamien lausekkeiden suorituskykyä ei kuitenkaan ole vielä testattu, joten tämä työ on tarpeellinen luotettavuuden varmistamiseksi. Tässä työssä verrataan Robotin ekvivalenttisen ortotrooppisen laatan käyttäytymistä Comsol Multiphysics 5.4 -ohjelmistolla tehtyyn FEM-malliin, sekä käsinlaskennasta saatuihin tuloksiin.

2 TEORIA

Pintarakenne on elementtityyppi, jossa rakenteen yksi dimensio (paksuus) on huomattavan pieni verrattuna muihin. Jos rakenteen kaksi dimensiota ovat yli kymmenkertaisia kolmanteen verrattuna, on yleensä edullista käyttää pintarakenne-elementtiä, joita on olemassa neljää erilaista: levy, kalvo, laatta ja kuori. Niiden matemaattiset ominaisuudet eriävät. Levy on kuormitettu vain pinnan suunnassa ja kuormitus on symmetrinen levyn keskipinnan suhteen. Kalvo kantaa pintaa vastaan poikittaisia kuormia pinnan suunnassa olevan esikristysvoiman avulla, eikä sillä ole leikkaus- eikä taivutusjäykkyyttä. Laatta on kuormitettu ainoastaan pintaa vastaan kohtisuorasti ja se on taivutusjäykkä. Laatussa ei esiinny pinnan suuntaisia voimia. Kuori on kuormitettu mielivaltaisesti; se on taivutusjäykkä ja siinä voi esiintyä pinnan suuntaisia voimia. (Timoshenko & Woinowsky-Krieger 1959) Tässä työssä keskitytään ainoastaan laattaelementtiin eli puhtaaseen taivutustilaan.

2.1 Laatan taivutusteoria

Laatan puhtaalle taivutustilalle on olemassa kaksi yleisesti käytettyä teoriaa: Kirchhoffin ja Loven, sekä Mindlinin ja Reissnernin teorialat. Kirchhoffin teoria on yksinkertaistettu versio Mindlinin teoriasta. Siinä leikkausvoimien aiheuttamat muodonmuutokset ovat jätetty huomioimatta. Tämä yksinkertaistus voidaan tehdä ohuille laatoille, joilla yksi dimensio on vähintään viisitoista kertaa pienempi kuin kaksi muuta dimensiota. Tällöin leikkausmuodonmuutokset ovat mitättömiä rakenteen kokonaismuodonmuutoksia tarkasteltaessa. (Timoshenko & Woinowsky-Krieger 1959) Tässä työssä käsiteltävät laatat ovat ohuita ja niiden käsinlaskentaan käytetään Kirchhoffin laattateoriaa. FEM-ohjelmistojen käyttämää teoriaa ei tiedetä.

Kirchhoffin ja Loven teoria

Kirchhoffin laattateoriassa laatan muodonmuutos voidaan esittää käyttämällä vain laatan keskipinnan taipumaa w . Laatan taivutuskarevuudet voidaan siten esittää muodossa

$$\kappa_{xx} = -\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}, \kappa_{yy} = -\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}, \kappa_{xy} = -\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}, \quad (1)$$

missä w on laatan keskipinnan taipuma [m],
 κ_{xx} on laatan taivutuskaarevuus x-suunnassa [rad/m],
 κ_{yy} on laatan taivutuskaarevuus y-suunnassa [rad/m] ja
 κ_{xy} on laatan taivutuskaarevuus xy-suunnassa [rad/m].

Taivutusmomentit voidaan kirjoittaa taivutuskaarevuuksien avulla muodossa

$$\begin{aligned} m_{xx} &= -D \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right), \\ m_{yy} &= -D \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right), \\ m_{xy} &= -D(1 - \nu) \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}, \end{aligned} \quad (2)$$

missä m_{xx} , m_{yy} ja m_{xy} ovat laatan taivutusmomentit [Nm/m],
 ν on Poissonin luku [1] ja
 D on laatan taivutusjäykkyys [Nm].

2.2 Ortotropian käsite

Materiaalilla, jolla on kolme toisiaan kohtisuorassa olevaa symmetriatasoa, kutsutaan ortotrooppiseksi materiaaliksi. (Vannucci 2018, s. 33) Tämä tarkoittaa sitä, että kappaleen materiaaliominaisuudet poikkeavat joka koordinaattiakselin suunnassa. Ortotrooppinen materiaali poikkeaa siis isotrooppisesta materiaalista, jolla materiaaliominaisuudet ovat samat joka suunnassa.

Tässä työssä käsiteltävän poimulevyn materiaaliominaisuudet ovat kappaleen paikallisessa koordinaatistossa isotrooppiset, mutta geometriansa takia sitä voidaan analysoida ekvivalenttisenä ortotrooppisena levynä. Tämä tarkoittaa sitä, että kun levyn poimujen geometria on pieni suhteessa levyn kokoon, voidaan levy olettaa tasaiseksi ja sen ortotrooppiset ominaisuudet otetaan huomioon muokkaamalla jäykkyyismatriisien alkioita. Täten poimulevy voidaan mallintaa tasaisena pintaelementtinä, jonka jäykkyyismatriisit lasketaan ottaen huomioon poimujen geometria.

Ortotrooppisen levyn nimellisjännitysten ja -venymien suhde on yleisessä tapauksessa

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} = \frac{1}{(1 - \nu_x \nu_y)} * \begin{bmatrix} E_x & E_\nu & 0 \\ E_\nu & E_y & 0 \\ 0 & 0 & (1 - \nu_x \nu_y)G_{xy} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} \quad (3)$$

missä σ_x ja σ_y ovat nimellisjännitykset x- ja y-akselien suunnassa [N/m²],
 τ_{xy} on nimellisleikkausjännitys [N/m²],
 E_x, E_y, E_ν ja G_{xy} ovat levyn nimelliset elastiset kertoimet [N/m²],
 ν_x ja ν_y ovat Poissonin luvut [1],
 ε_x ja ε_y ovat nimellisvenymät x- ja y-suunnissa [1] ja
 γ_{xy} on leikkausmuodonmuutos. (Briassoulis 1986)

Kaava 3 voidaan esittää myös muodossa

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} = \bar{\mathbf{E}} * \bar{\boldsymbol{\varepsilon}}, \quad (4)$$

missä $\bar{\mathbf{E}}$ on kimmomatriisi ja
 $\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}$ on venymävektori.

2.3 Ortotrooppisen levyn taivutusjäykkyysmatriisi

Yleisessä tapauksessa ekvivalenttisen ortotrooppisen levyn taivutusjäykkyysmatriisi saadaan kertomalla kaavan 4 kimmomatriisia kertoimella k , joka on $\frac{t^3}{12}$, missä t on levyn paksuus metreissä. Näin ollen siis

$$\bar{\mathbf{D}} = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & 0 \\ D_{12} & D_{22} & 0 \\ 0 & 0 & D_{66} \end{bmatrix}, \quad (5)$$

missä

$$D_{11} = \frac{E_x t^3}{12(1 - \nu_x \nu_y)},$$

$$D_{12} = \frac{E_\nu t^3}{12(1 - \nu_x \nu_y)},$$

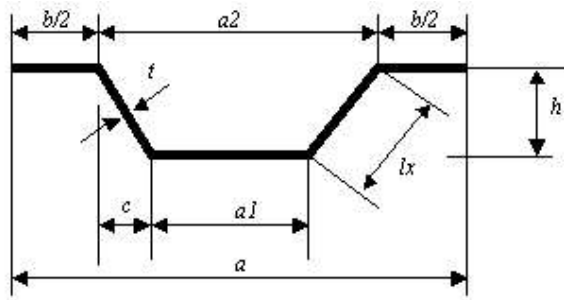
$$D_{22} = \frac{E_y t^3}{12(1 - \nu_x \nu_y)},$$

$$D_{66} = \frac{G_{xy} t^3}{12}.$$

Koska kaavassa 4 annetun kimmomatriisin alkiot ovat yleensä tuntemattomia, on kimmomatriisin alkioiden määrittämiseksi kehitetty erilaisia tapoja, joissa otetaan huomioon poimujen geometria ja käytetään levyn isotrooppisia materiaaliominaisuuksia. Tästä aiheesta on kirjoitettu monia artikkeleita, joissa annetaan vaihtoehtoisia menetelmiä jäykkyysmatriisin alkioiden määrittämiseksi. Tunnetuin näistä lienee Briassoulksen vuonna 1986 julkaisema artikkeli, jota monet jälkeinpäin julkaistut artikkelit käyttävät viitteenä.

Robot-ohjelmiston taivutusjäykkyysmatriisi

Robot-ohjelmisto laskee kaavan 5 matriisin alkioiden arvot kuvan 1 mukaisesti käyttäen lähtötietoina käyttäjän antamia geometrian arvoja.



The following assumptions are adopted:

$$v_2 = v^*v$$

$$B = E \cdot t^3 / (12(1-v_2))$$

$$M = E \cdot t / (1-v_2)$$

$$b = a - a_2$$

$$c = (a_2 - a_1) / 2$$

$$l_x = \sqrt{h \cdot h + c \cdot c}$$

$$c_a = c / l_x$$

$$A_x = a_1 + b + 2 \cdot l_x$$

$$e = h \cdot (l_x + a_1) / A_x$$

$$I_x = e \cdot e \cdot b + 2 \cdot l_x / 3 (h \cdot h + 3 \cdot e \cdot (e - h)) + (e - h) \cdot (e - h) \cdot a_1$$

$$A_s = b + 2 \cdot c_a \cdot c_a \cdot l_x + a_1$$

Bending stiffness values:

$$K_{XXXX} = (M \cdot I_x + B \cdot A_s) / a$$

$$K_{YYYY} = B \cdot a / A_x$$

$$K_{XYYX} = G \cdot t / a \cdot (I_x + t^3 / 12 \cdot (A_s \cdot (1 + A_x / a) - a))$$

$$K_{XXXY} = 0.0$$

$$K_{YYXY} = 0.0$$

Kuva 1. Robot-ohjelmiston teoriapohja taivutusjäykkyysmatriisin alkioiden laskemiseen. Kuvassa v on poissonin luku, E on kimmomoduuli, G on liukumoduuli, K_{XXXX} on D_{11} , K_{YYYY} on D_{22} ja K_{XYYX} on D_{66} . Tietokanta ei kerro, miten alkio D_{12} on laskettu, joskin ohjelma sen laskee. (Autodesk Knowledge Network 2020)

Käsinlaskennan taivutusjäykkyysmatriisi

Tässä työssä käsinlaskennan taivutusjäykkyysmatriisin määrittämiseen käytetty teoria on Xian et al. vuonna 2012 kehittämä teoria. Teoria on tarkempi, kuin edeltäneet Briassoulksen ja Samantan & Mukhopadhyayn teoriat (Xia et al. 2012, Samanta & Mukhopadhyay 1997, Briassoulis 1986). Teorian tarkkuus on hyvin lähellä 3D-kuorimallin tuloksia (Xia et al. 2012). Ekvivalentin ortotrooppisen levyn taivutusjäykkyysmatriisin alkioit ovat

$$D_{11} = \frac{Et^3}{12(1-\nu^2)} * \frac{c}{l}, \quad (6)$$

$$D_{12} = \nu * D_{11},$$

$$D_{22} = \frac{1}{2c} * \left(I_2 \frac{Et}{1-\nu^2} + I_1 \frac{Et^3}{12(1-\nu^2)} \right),$$

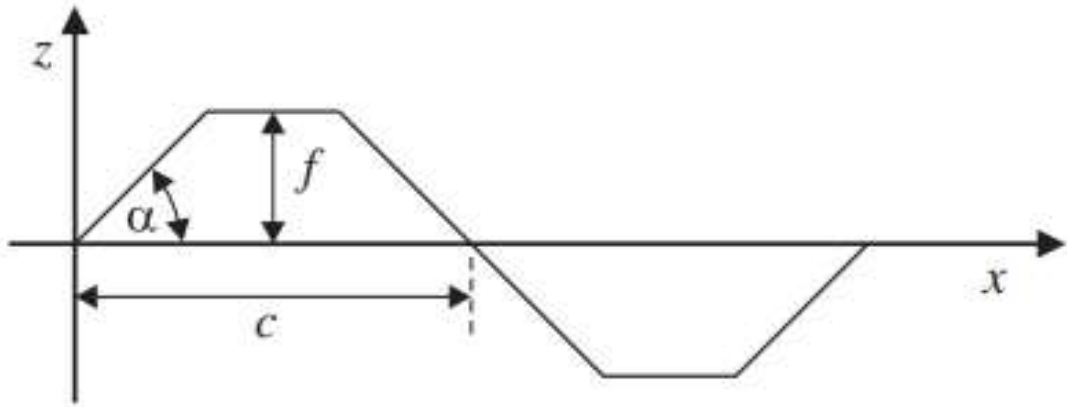
$$D_{66} = \frac{Et^3}{24(1+\nu)} * \frac{c}{l},$$

missä E on kimmomoduuli [Pa],

$$I_1 = \frac{4fc\cos\alpha}{3\sin\alpha} + 2c - \frac{4f}{\tan\alpha},$$

$$I_2 = \frac{4f^3}{3\sin\alpha} + 2f^2 \left(c - \frac{2f}{\tan\alpha} \right),$$

c, f , ja α on esitetty kuvassa 2. (Xia et al. 2012)



Kuva 2. Parametrit c, f ja α (mukaiillen Xia et al. 2012).

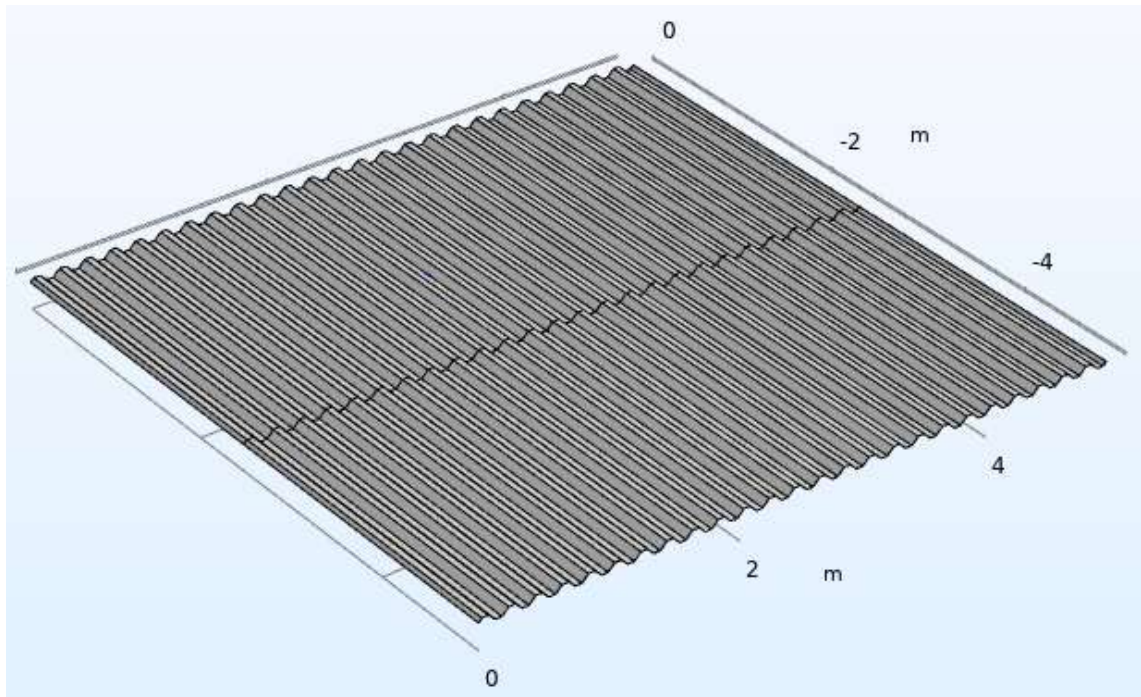
3 POIMULEVYN MALLINNUS

Tässä luvussa kuvaillaan analysoidut mallit ja selitetään niiden mallinnusperiaatteet. Poimulevy mallinnettiin 3D-kuorimallina Comsol-ohjelmistolla. Robot-ohjelmistolla poimulevystä mallinnettiin ekvivalentti ortotrooppinen 2D-laatta. Lisäksi Python-ohjelmointikielellä suoritettiin vertailulaskelmat, joilla todennettiin mallien oikeellisuus.

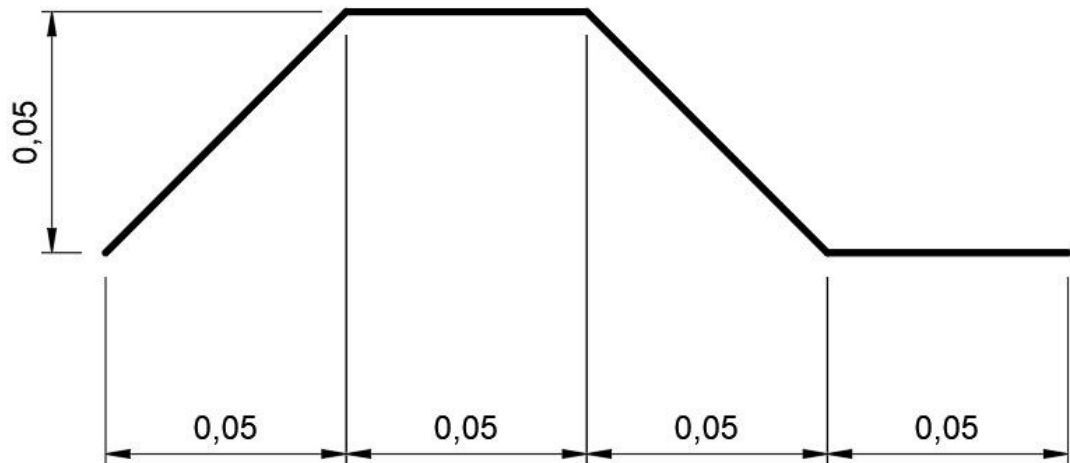
3.1 Levyn geometria ja materiaalivekiöt

Levy mallinnettiin neliön muotoisena, jonka sivun mitta on 5 metriä ja paksuus 0,5 senttimetriä. Poimun korkeus on 0,05 metriä, ylä- ja alalaipan leveys 0,05 metriä ja uuman projisoitu leveys on 0,05 metriä (kts. kuvat 3 ja 4).

Levyn materiaalina käytetään terästä, jonka kimmokerroin E on 210 gigapascalia ja poissonin luku on 0,3.



Kuva 3. Levyn geometria.



Kuva 4. Poimun geometria metreinä.

3.2 Levyn kuormitus ja reunaehdot

Levyä kuormitetaan tasaisella pintakuormalla, jonka suuruus on 100 newtonia per neliömetri. Levy on reunoistaan jäykästi tuettu.

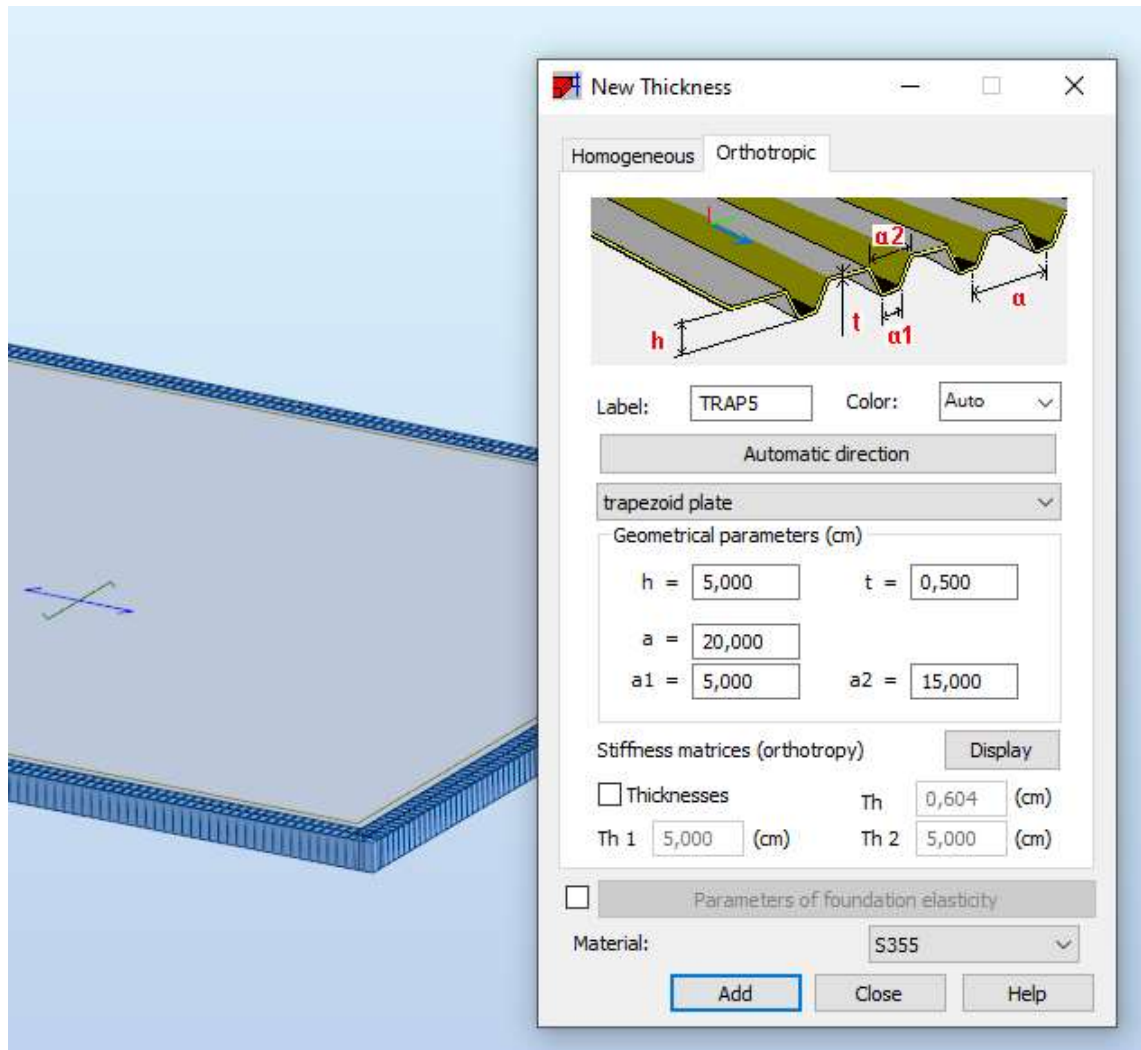
3.3 3D-kuorimalli

Poimulevystä tehtiin 3D-kuorimalli Comsol Multiphysics 5.4 -ohjelmistolla. Mallinnus aloitetaan valitsemalla mallinnusavaruuden tyyppiä 3D ja sen jälkeen rakennetyypiksi kuori. Analyysityypiksi valitaan staattinen. Tämän jälkeen ohjelmistoon syötetään materiaalivakiot, geometria, tuennat ja kuormitukset, minkä jälkeen kappale verkotetaan. Tässä työssä verkotuksessa käytettiin ”mapped”-algoritmia, joka luo verkkoon nelikulmaisia elementtejä. Elementin maksimi sivun mitaksi asetettiin 0,05 metriä. Elementtityyppi määritettiin lineaariseksi.

3.4 Ekvivalentti ortotrooppinen levymalli Robot-ohjelmalla

Ekvivalentti ortotrooppinen levymalli luotiin Autodesk Robot Structural Analysis 2020 -ohjelmistolla. Ohjelmisto sisältää ominaisuuden, jossa sille syötetään poimun geometrian arvot ja ohjelmisto laskee levyn ekvivalentit jäykkyysmatriisit. Työ aloitetaan valitsemalla työskentelymoduuli, joka oli tässä työssä ”Shell design”. Sen jälkeen poimulevy mallinnetaan tasona, jolle annetaan paksuutta määrittäessä ortotrooppiset

ominaisuudet kuvan 5 mukaisesti. Samassa valintaikkunassa kappaleelle määritetään myös materiaali, joka valitaan ohjelmiston materiaalikirjastosta. Tämän jälkeen kappaleelle määritetään tuennat, kuormitukset ja verkon ominaisuudet. Verkkona käytettiin vastaavaa, kuten Comsol-mallissa, eli nelikulmaista lineaarista elementtiä, jonka sivun pituus on 5 senttimetriä.



Kuva 5. Ortotropian määrittäminen Robot-ohjelmistossa.

3.5 Käsinlaskenta

Työssä tehtiin vertailulaskelma WinPython-ohjelmistolla. Vertailulaskelmassa kimmomatriisin alkioiden laskemiseen käytettiin Xian et al. vuonna 2012 julkaisemaa menetelmää, joka on huomattavasti tarkempi menetelmä kuin vaikkapa Briassoulksen vuonna 1986 julkaisema vastaava (Xia et al. 2012). Taipumien laskentaan käytettiin Kirchhoffin laattateoriaa. Vertailulaskelman tarkoituksena oli varmistaa 3D-kuorimallin

oikeellisuus. Myös toinen vertailulaskelma suoritettiin, jossa käytettiin Robotista saatua kimmomatriisin arvoja. Tämän tarkoituksena oli varmistaa, että käsinlaskennasta saadut tulokset ja Robotin tulokset vastaavat toisiaan. Käsinlaskennassa käytettiin vastaavaa elementtiverkkoa, kuin Robot- ja Comsol-malleissa.

4 TULOKSET

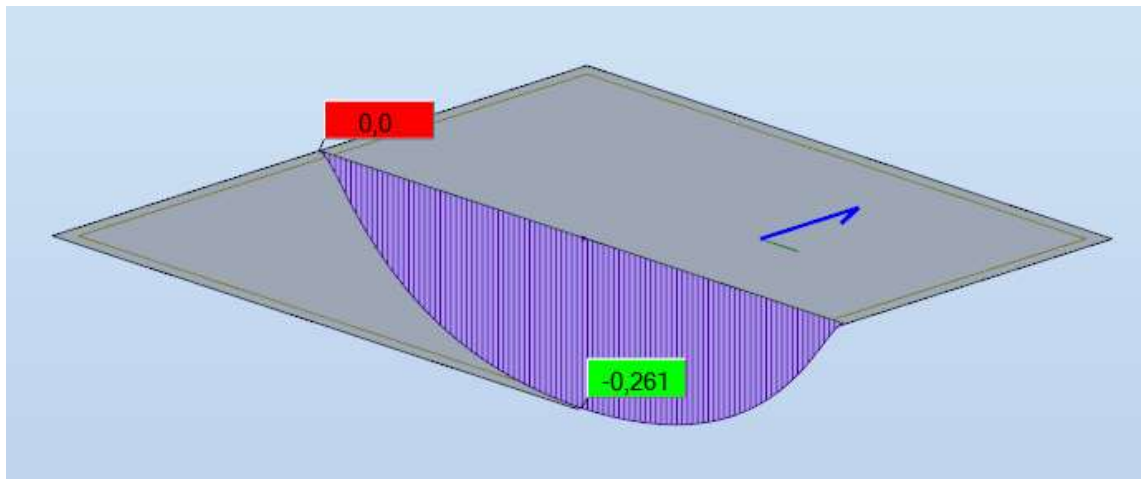
4.1 Robot-laskenta

Robotilla suoritettujen laskennan tuloksena poimulevyille saatiin maksimitaipumaksi 0,261 millimetriä kuvan 6 mukaisesti. Kuvassa sininen nuoli osoittaa poimujen pitkittäissuuntaan. Kuva 7 näyttää taipuman muodon kuvassa 6 näkyvästä leikkauksesta. Kuvasta 8 voidaan nähdä taipuman koko levyssä. Levy käyttäytyy selvästi jäykemmin poimujen suunnassa ja taipuman muutos on huomattavasti nopeampaa poimuja vastaan kohtisuorassa suunnassa.

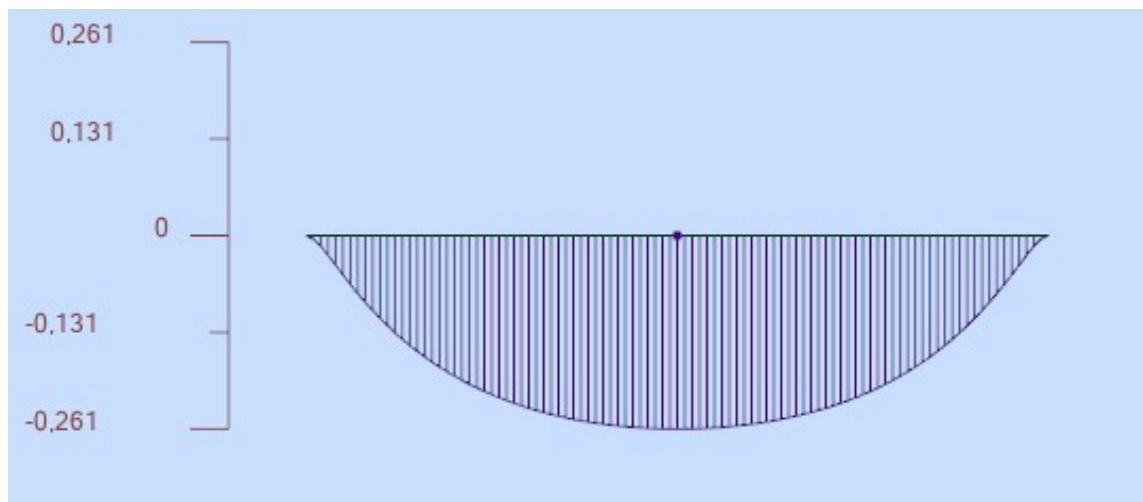
Taulukosta 1 nähdään Robotin laskemat ekvivalentin ortotrooppisen levyn jäykkyysmatriisin arvot.

Taulukko 1. Robotin laskema kaavan 5 mukainen jäykkyysmatriisi D .

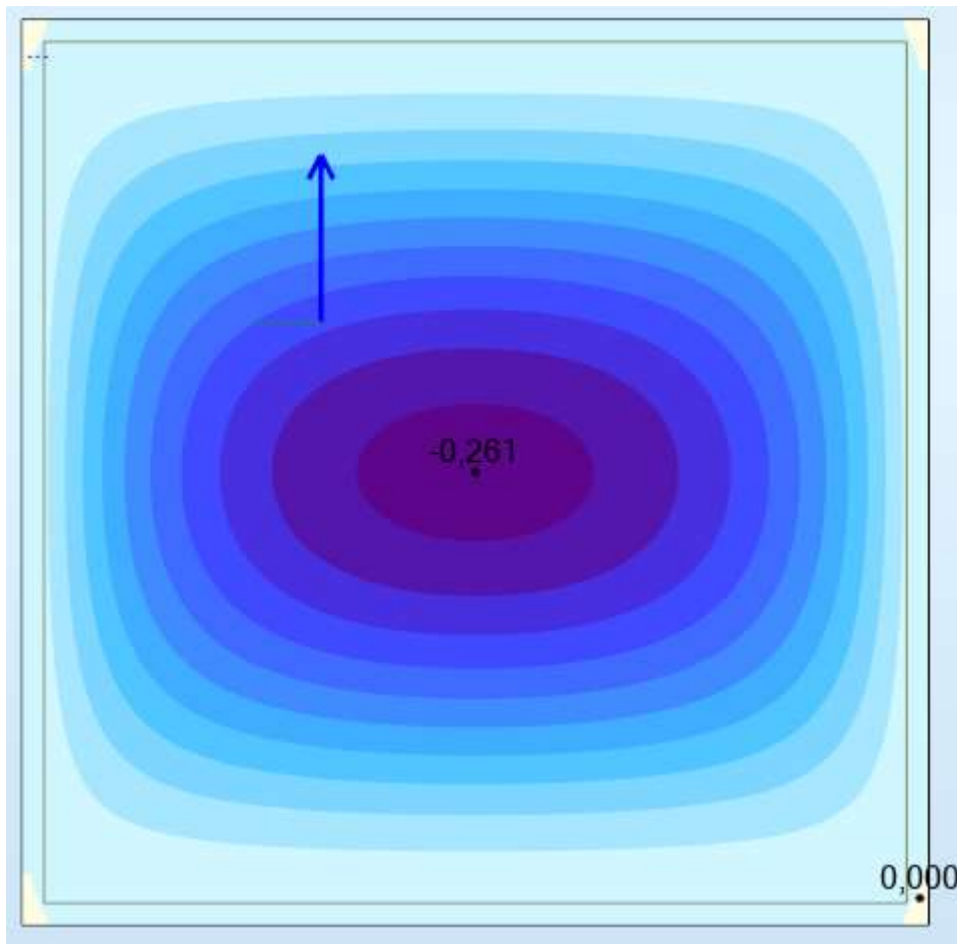
D_{11}	532610 Nm
D_{12}	600 Nm
D_{22}	1990 Nm
D_{66}	186440 Nm



Kuva 6. Poimulevyn maksimitaipuma.



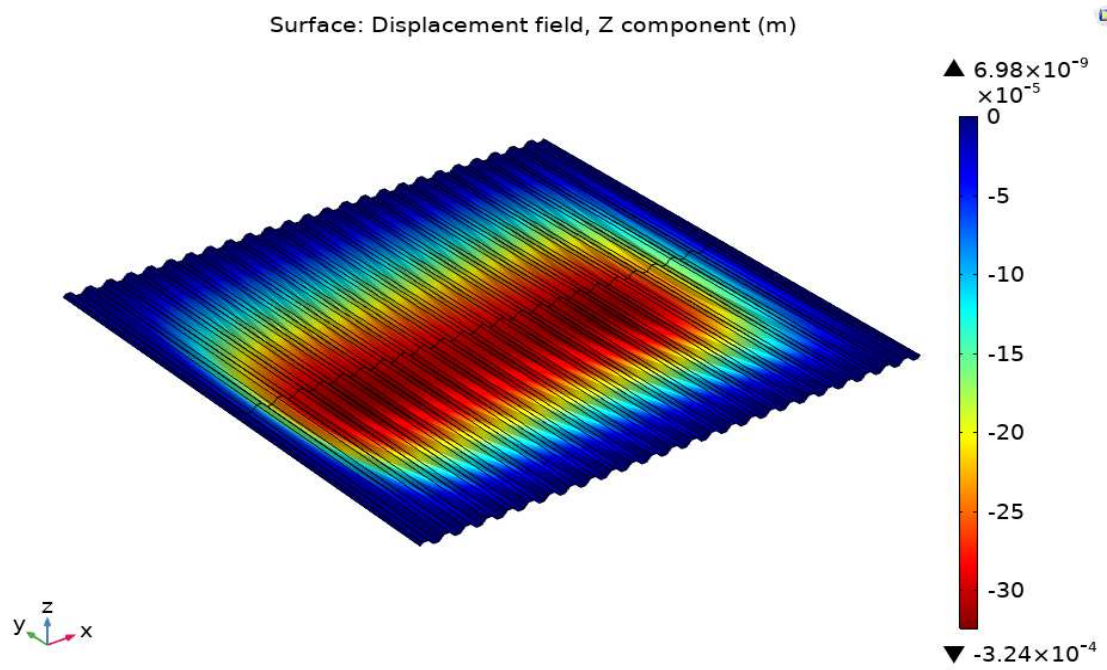
Kuva 7. Ekvivalentin ortotrooppisen levyn taipumakuvaaja.



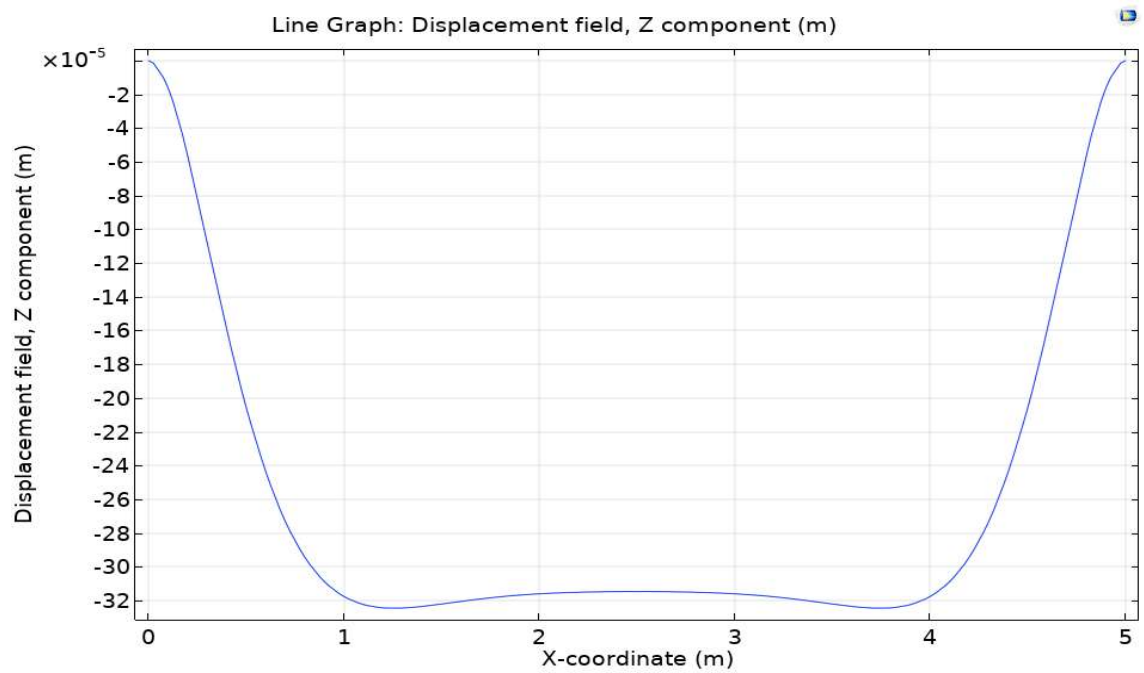
Kuva 8. Taipuman muoto levyssä.

4.2 Comsol-laskenta

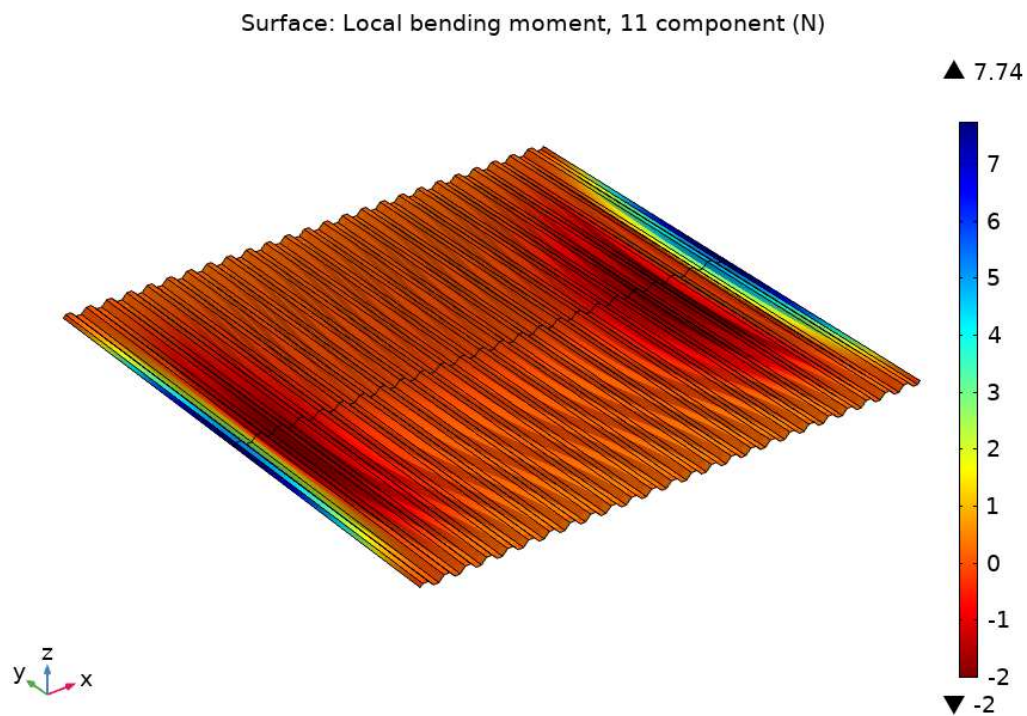
Comsolilla analysoidun 3D-kuorimallin maksimitaipumaksi saadaan 0,324 millimetriä, kuten kuvasta 9 nähdään. Kuvassa 10 esitetään taipuman muoto levyn poimujen suunnassa puolivälistä otetussa poikkileikkauksessa. Tästä kuvasta nähdään, että maksimitaipuma ei sijaitsekaan levyn keskellä, kuten Robotilla saaduissa tuloksissa. Levy taipuukin enemmän, kun kuljetaan levyn keskipisteestä kohti reunaa poimuja vastaan kohtisuorassa suunnassa. Tämä selittyy sisäisten momenttien jakautumisella levyn kuormankantokyvyn seurauksena. Levy kantaa kuormaa heikommassa suunnassa ainoastaan hyvin lähellä reunaa, josta keskelle päin kuljettaessa levy alkaa kantamaan kuormaa poimujen suunnassa ja sisäinen momentti heikossa suunnassa menee nolllaksi kuvan 11 mukaisesti. Rakenteen vääntöjäykkyys on myös huomattavan alhainen, joten se on altis väännöstä johtuville muodonmuutoksille.



Kuva 9. Comsolilla lasketun poimulevyn taipuma.



Kuva 10. Comsolilla lasketun poimulevyn taipumakuvaaja.



Kuva 11. Sisäinen momentti x-suunnassa. Kuvasta nähdään, että laatan x- suunnan keskivaiheilla taivutusmomentti on nolla ja levy kantaa kuormaa vain y-suunnassa.

4.3 Käsinlaskenta

Käsinlaskennalla saatu maksimitaipuma on 0,318 millimetriä. Kuvista 12 ja 13 nähdään taipuman muoto koko levyssä ja levyn poimujen suunnassa puolivälistä otetussa poikkileikkauksessa. Levyn taipuma käyttäytyy samalla tavalla kuten Comsolilla laskettu, eli maksimitaipuma ei sijaitse levyn keskellä kuten Robotilla lasketuissa tuloksissa.

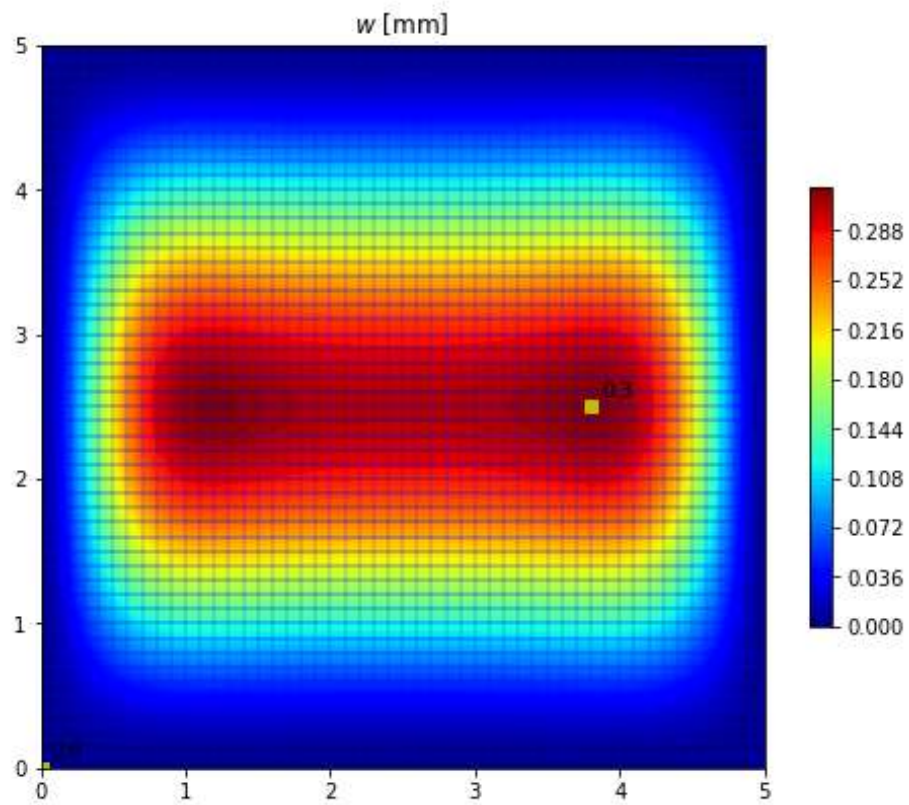
Taulukosta 2 nähdään käsinlaskennalla saadun ekvivalenttisen ortotrooppisen levyn jäykkyyismatriisin alkioiden arvot.

Taulukko 2. Käsinlaskennalla saatu kaavan 5 mukainen jäykkyyismatriisi D .

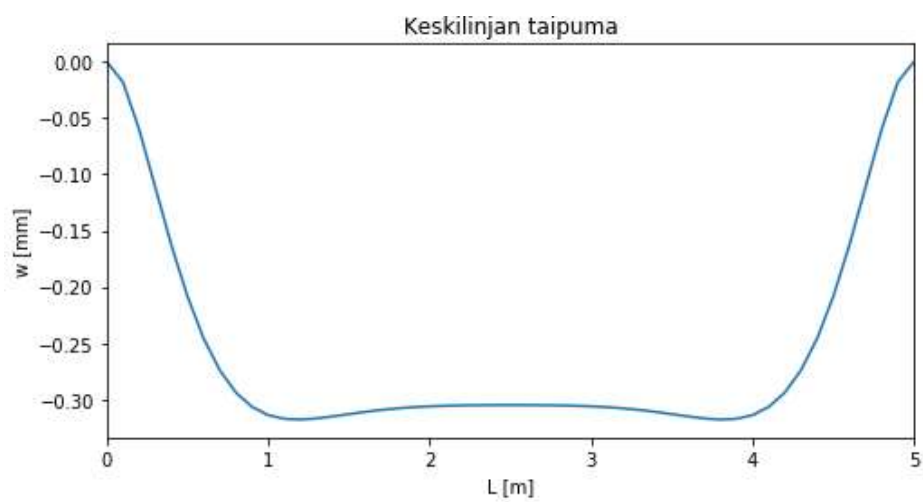
D_{11}	532157 Nm
D_{12}	597 Nm
D_{22}	1991 Nm

D_{66}	1016 Nm
----------	---------

w_max = 0.000317885387794



Kuva 12. Käsinlaskennalla saatu taipuma levyssä.



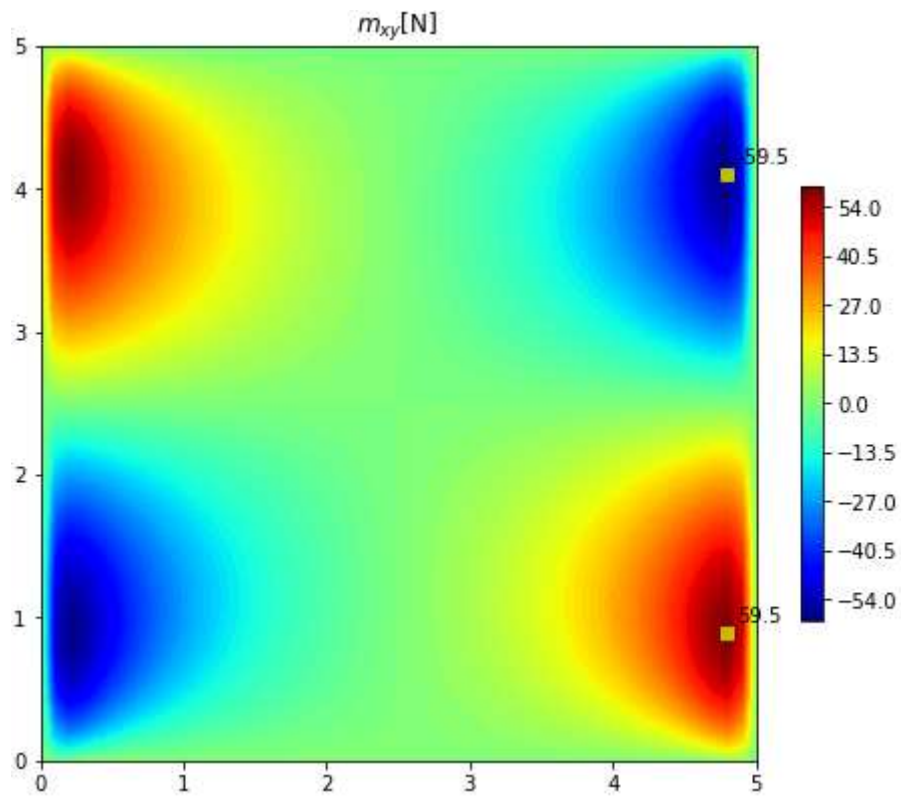
Kuva 13. Käsinlaskennalla saatu taipumakuvaaja.

Käsinlaskennalla tehtiin myös vertailulaskelma, jossa käytettiin Robotista saatua jäykkyysmatriisia D . Maksimitaipumaksi saatiin 0,260 millimetriä, joka vastaa lähes tarkalleen Robotilla laskettua maksimitaipumaa. Käsinlaskennan voidaan siis todeta vastaavan FEM-ohjelmien laskentaa riittäväällä tarkkuudella.

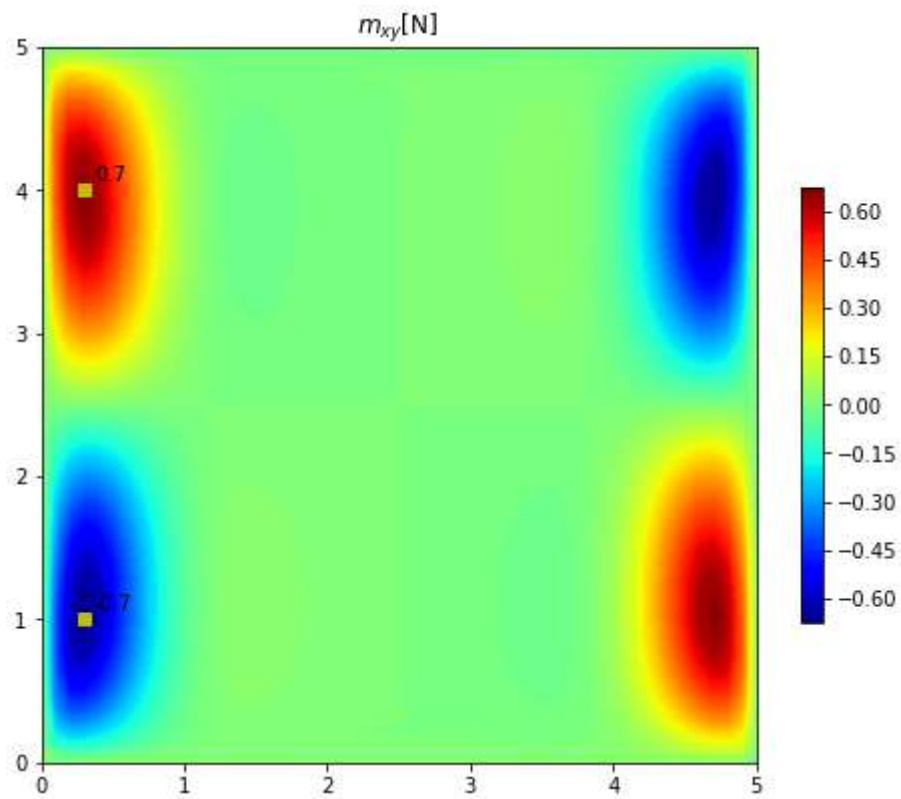
4.4 Tulosten analysointi

Robotilla lasketut taipumat eroavat Comsol- ja käsinlaskennasta merkittävästi, kun taas käsinlaskenta Xian et al. teoriaa käyttäen vastaa Comsolilla lasketun kuorimallin käyttäytymistä huomattavan tarkasti, virheen ollessa ainoastaan alle 2 prosenttia. Robotilla lasketun taipuman virhe suhteessa Comsol-analyysiin on yli 19 prosenttia. Robot ei kykene kuvaamaan taipuman todellista muotoa, vaan levy käyttäytyy liian jäykästi. Näin ollen taipuma jää todellisuutta pienemmäksi.

Käsinlaskennassa ja Comsol-analyysissä voidaan jäykkyysmatriisien olettaa vastaavan toisiaan tulosten koherenssin vuoksi. Robotin laskemassa jäykkyysmatriisissa ainoa merkittävästi eroava alkio on vääntöjäykkyysalkio D_{66} , sen ollessa noin 183 kertaa suurempi kuin käsinlaskennassa. Tämä selittää epäjohdonmukaisuudet analyysien tuloksissa. Kuvista 12 ja 13 nähdään sisäisten vääntömomenttien ero Robot- ja Comsol-mallien välillä ja huomataan, että Robot-malli vastustaa vääntömuodonmuutoksia huomattavasti vahvemmin kuin Comsol-malli.



Kuva 14. Robot-mallin sisäinen vääntömomentti m_{xy} .



Kuva 15. Comsol-mallin sisäinen vääntömomentti m_{xy} .

5 YHTEENVETO

Tulosten analysoinnin perusteella voidaan todeta, että Robotin ekvivalenttisen ortotrooppisen levyn jäykkyyismatriisin määrittämisessä on parannettavaa. Käytettävän laskentateorian päivittäminen esimerkiksi käsinlaskennassa käytettyyn Xian et al. kehittämään teoriaan parantaisi tulosten tarkkuutta huomattavasti. Nykyisen mukaisella analyysillä ongelmia voi syntyä, jos Robotin tulosten perusteella tietyn rakennesosan katsotaan olevan käyttörajatilan mukaisten rajoitusten sisällä, mutta todellinen taipuma onkin suurempi kuin analyysillä saatu. Tällöin todellinen taipuma ei välttämättä enää ole käyttörajatilan rajoitusten mukainen.

LÄHDELUETTELO

Autodesk Knowledge Network, 2020. [Verkkodokumentti]. Autodesk Inc. Saatavissa: <https://help.autodesk.com/view/RSAPRO/2020/ENU/?guid=GUID-A27B3B93-40F0-4D88-91CC-0AA50F6F52B5>

Briassoulis D., 1986 Equivalent orthotropic properties of corrugated sheets. Computers and Structures, Vol. 23(2), s. 129-138.

Samanta A & Mukhopadhyay M., 1999. Finite element static and dynamic analyses of folded plates. Engineering Structures, Vol. 21(3), s. 277-287.

Timoshenko S & Woinowsky-Krieger S., 1959. Theory of Plates and Shells. New York: McGraw-Hill.

Vannucci P., 2018. Anisotropic elasticity. Lecture Notes in Applied and Computational Mechanics, Vol 85.

Xia Y, Friswell MI & Saavedra Flores EI., 2012. Equivalent models of corrugated panels. International Journal of Solids and Structures, Vol. 49(13), s. 1453-1462.